Bulgarian Society for NDT
International Journal "NDT Days"
Volume II, Issue 1, Year 2019

ISSN: 2603-4018
eISSN: 2603-4646

Approximation of Oscillatory Signals in Technical Diagnostics

Serhii TSYBULNYK, Iryna KOMENCHUK

Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Ukraine
e-mail: tsybulnik.s.a@gmail.com

Abstract
The problem of approximation of measured data often arises in technical diagnostics. But there is no universal method that can approximate signals of any physical nature. For example, the least squares method badly approximates oscillatory processes. For technical diagnostics, the universality of the method is very important. Therefore, in this paper, the least squares method has been improved. It is proposed to divide the signal into separate segments for approximation of oscillatory processes by this method as well as conduct preliminary interpolation for a better dividing of the signal into segments and the possibility of using fast processing algorithms.

Keywords: Technical diagnostics, least squares method, approximation, oscillatory processes

Аппроксимация колебательных процессов в технической диагностике

Сергей ЦЫБУЛЬНИК, Ирина КОМЕНЧУК

1. Введение

Техническая диагностика – отрасль знаний, охватывающая теорию, методы и средства определения технического состояния объекта или системы. Основной задачей технического диагностирования является обеспечение безопасности, функциональной надежности и эффективности работы технического объекта.

Многоклассовая диагностика осуществляется на базе предварительного анализа определенных параметров исследуемого объекта. К каждому из этих параметров относятся определенные признаки. Также у каждого из них есть какой-то класс, который можно определить по данным признакам.

Для реализации этой задачи в настоящее время используют нейронные сети. Это автоматические системы, которые имеют способность к обучению. В качестве параметров могут выступать различные по своей природе объекты: символы текста, изображения, образцы звуков и так далее. При обучении сети предлагаются различные образцы параметров с указанием того, к какому классу они относятся. Образец, как правило, представляется как вектор значений признаков. При этом совокупность всех признаков должна однозначно определять класс, к которому принадлежит образец. После окончания обучения сети, ей можно предъявлять неизвестные ранее параметры и получать ответ о принадлежности к определенному классу.

Нейронные сети могут обучаться у любых функций, что позволяет избежать использования сложного математического аппарата, а использование нелинейных функций активации позволяет решать задачи по нелинейности [1, 2].

Таким образом, на основе нейронных сетей, возникает новый класс систем – системы многоклассовой диагностики [3, 4]. Многоклассовая диагностика широко используется в измерительных системах, где важную роль играет прогнозирование технического состояния различных объектов или их наиболее ответственных частей. В технической диагностике в последнее время стали широко использоваться нейронные сети, но в диагностических системах они чаще всего выступают в роли классификаторов состояния объекта [3, 5], а не аппроксиматорами.

Если в измеренных данных отсутствует очевидная аналитическая зависимость, можно ее приближенно установить с помощью аппроксимации. В наше время существует большое количество методов аппроксимации, которые отличаются сферой использования и формой кривых, которые можно описать с их помощью.

Часто в технической диагностике возникает необходимость получать решение математических задач в числовой форме. При этом для многих задач известно, что решение существует, но аналитическая формула этого решения не известна [6]. Поэтому стоит задача преобразования одной формы функциональной зависимости в другую превращение табличной формы представления данных (результатов измерений) в аналитическую (построение математической модели) [7]. Даже при наличии такой аналитической формулы, ее использование для исследования специфических случаев состояния объекта может оказаться неэффективным. Также всегда существует необходимость решать и такие математические задачи, для которых строгие доказательства существования решения на данный момент отсутствуют [6]. Во всех этих случаях используются методы приближенного решения. Как правило [6, 7], алгоритмы приближенного решения базируются на том, что исходная математическая задача заменяется некоторой более простой. То есть, фактически используется некоторая приближенная модель исходной задачи – ее аппроксимация.

Целью использования аппроксимации в большинстве случаев является восстановление утраченных исходных данных, но в технической диагностике, прежде всего, важно спрогнозировать поведение измеряемого параметра в будущем для оценки остаточного ресурса объекта. Однако в большинстве технических систем задача прогнозирования является нерешенной, поскольку существующий математический аппарат и алгоритмы аппроксимации в некоторых случаях оказываются неэффективными и не позволяют найти аналитическое описание измеренной величины с достаточными быстродействием и точностью.

Как правило, характеристики многих сложных процессов и явлений получают экспериментально. Гораздо реже удается найти их теоретически. Для изучения процессов, необходимо, прежде всего, отразить характеристики в математической форме, пригодной для расчетов [8]. Простым и достаточно точным способом является представление характеристики в виде таблицы.

Очень часто непосредственное применение экспериментальных данных в форме таблиц и графиков оказывается неудобным, и данные стремятся описать с помощью простых аналитических отношений, которые хотя бы качественно отражают характер рассматриваемых зависимостей [9]. В данном случае необходимо решить задачу аппроксимации.

Таким образом, если исследование должно проводиться не численными, а аналитическими методами, то необходимо подобрать такую аппроксимирующую функцию, которая будет довольно простой, но отражать все важные особенности экспериментально полученной характеристики с достаточной степенью точности [8].

Следовательно, функцию, которая аппроксимирует некоторую характеристику, выбирают исходя из физических представлений об исследуемом процессе, или чисто формально, основываясь на внешнем сходстве характеристики с графическим изображением той или иной функции [8]. Требования, предъявляемые к аппроксимирующей функции, противоречивы [10]: обеспечивая хорошее качество приближения, она должна быть простой и удобной для дальнейшего использования.

Таким образом, при решении задачи аппроксимации так же, как и при решении любой задачи, связанной с выбором расчетной модели, необходимо идти на компромисс между точностью и сложностью модели [9]. Разработка новых подходов к аппроксимации данных измерений является чрезвычайно важной и актуальной задачей при прогнозировании в системах многоклассовой диагностики.

Следует отметить, что точность аналитического представления изучаемого явления будет тем выше, чем точнее модель, описывающая данное явление. Основные требования, предъявляемые к выбору модели явления при одинаковой точности модели – наименьшее количество коэффициентов модели и ее простота, выполнение данных требований способствует уменьшению систематической ошибки [11] и времени обработки [12] экспериментальных данных.

Точность аппроксимации можно повысить за счет предварительного использования алгоритмов интерполяции для получения большего количества отсчетов, а также создания основы для использования быстрых алгоритмов. Интерполяция чаще всего используется в технических системах для распознавания образов и улучшения их качества. Однако использование интерполяции также не лишено своих недостатков, связанных с плохим приближением из-за накопления ошибок в процессе вычислений при большом количестве узлов интерполяции.

Обзор работ других авторов в области аппроксимации и интерполяции функций показал, что разработан мощный математический аппарат, который может использоваться для решения широкого круга задач. Но основная масса исследований – это строгая теория математической аппроксимации, то есть разработка фундаментальных математических положений. Использование технической аппроксимации сосредоточено в основном вокруг восстановления утраченных исходных данных, но в технической диагностике, прежде всего, важно спрогнозировать поведение измеряемого параметра в будущем для оценки остаточного ресурса.

Все это позволило сформировать цель исследований. Целью работы является совершенствование метода наименьших квадратов для применения к сигналам колебательного характера и разработка программного обеспечения аппроксимации данных измерений с помощью предварительного использования алгоритмов интерполяции для эффективного использования в системах многоклассовой диагностики.

2. Интерполяция

Существует много методов интерполяции. Некоторые из них являются очень гибкими и могут применяться для различных данных. Другие более ограниченные и требуют, чтобы данные соответствовали определенным условиям. Каждый из этих методов имеет собственный набор параметров, что позволяет его настраивать для конкретного набора данных [13].

Для дальнейших исследований выбран метод полиномов Лагранжа. В данном пункте проведена интерполяция полиномами Лагранжа колебательного процесса, как одного из наиболее сложных для аппроксимации методом наименьших квадратов.

Для начала определим недостатки метода [14]:

• поскольку степень многочлена Лагранжа определяется количеством узлов, то любая попытка повысить точность интерполяции путем увеличения количества узлов влечет за собой увеличение степени полинома;

• формула для расчета достаточно громоздка. Каждая составляющая формулы является многочленом n-й степени;

• если степень полинома выше 5, то на кривой появляется «волнистость», которая получила название эффекта Рунге-Мерей. Представляется возможным улучшить ситуацию путем подбора расположения узлов в зависимости от конкретной функции в интерактивном режиме, но такая процедура довольно неудобна.

Интерполяционные формулы Лагранжа, Ньютона, Гаусса и др. при использовании большого количества узлов интерполяции часто приводят к плохому приближению из-за накопления ошибок в процессе вычислений [15]. Поэтому для начала необходимо определить оптимальное количество узлов интерполяции. Критерием выбора оптимального значения узлов является минимум максимального значения относительной погрешности.

Первый этап исследований включал в себя моделирование периодической колебательной функции с частотами 2Гц, 20Гц и 200Гц вида:

$$y(t) = a + b \cdot \sin(w \cdot t), \qquad (1)$$

где a, b, c, w – константы; a – постоянная составляющая сигнала; b – амплитуда колебаний; $w = 2 \cdot \pi \cdot f$, где f – циклическая частота, Гц.

Проведены опыты для N отсчетов (N = 512, 1024, 2048, 4096, 8192) функции (1). При этом в виде переменных параметров выбрано количество узлов, необходимых для интерполяции (n = 5, 9, 17, 33, 65) и количество целых периодов (p = 1, 2, 3, 4, 5). Каждое исследование проходило при условии, что интерполяция проходит по n-узлам, взятым из начальных N-отсчетов сигнала через одинаковый шаг. Например: а) 5 узлов интерполяции при начальной длине сигнала 2048 отсчетов; б) 9 узлов интерполяции при начальной длине сигнала 2048 отсчетов; и так далее. Это позволило получить результаты при различных частотах дискретизации сигнала.

Ряд опытов для гармонических процессов с частотами 2Гц, 20Гц и 200Гц подтвердил результаты работы [15], что неправильный выбор количества отсчетов интерполяции полиномами Лагранжа действительно приводит к появлению методических погрешностей. Эти методические погрешности проявляются в виде экстремумов на краях отрезка интерполяции. Один из примеров данной погрешности изображено на рис. 1.

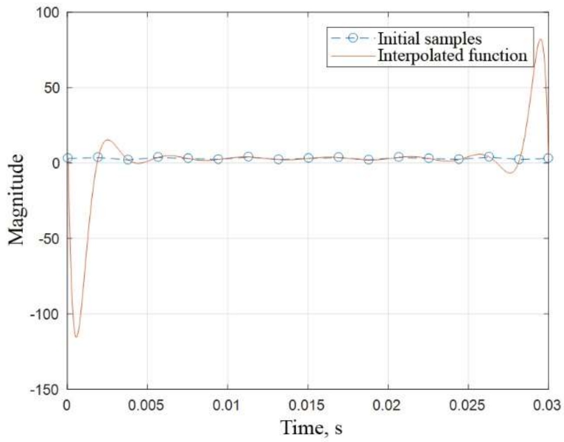

Рис. 1. Результаты моделирования при N=512, n=65

Проведено сравнение результатов интерполяции гармонических процессов. Для большинства случаев использования интерполяционных полиномов Лагранжа дает наилучший результат при выборе от 17 до 40 узлов интерполяции. При выборе 33 узлов интерполяции минимум максимальной относительной погрешности находится в пределах от 10^{-7}% до 10^{-3}%. Для всех остальных значений количества узлов интерполяции порядок погрешности возрастает и достигает десятков, даже тысяч, процентов.

Интерполяция колебательного процесса полиномами Лагранжа имеет следующие недостатки:

1. При неправильном выборе количества узлов интерполяции (как слишком малом, так и слишком большом) проявляются методические погрешности, которые приводят к значительному увеличению максимального значения относительной погрешности.

2. При выборе слишком большого количества узлов интерполяции расчет с помощью цифровых устройств (например, персонального компьютера) становится невозможным из-за выхода рассчитанных значений за пределы соответствующих типов данных. В результате такого расчета получается величина NaN (Not a Number, рис. 2).

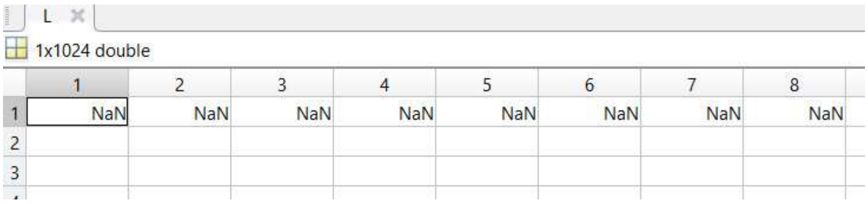

Рис. 2. Результаты моделирования при выборе слишком большого количества узлов интерполяции

Также доказано, что для выбранной периодической функции результат интерполяции полиномами Лагранжа практически не зависит от частоты дискретизации, частоты сигнала и его длины.

3. Аппроксимация методом наименьших квадратов

Метод наименьших квадратов (МНК) – это математический метод, используемый для нахождения приближенной функции по набору данных (точек), которая минимизирует сумму квадратов отклонений точек от найденной функции.

МНК считается самым распространенным и часто используется для новых разработок и исследований. Преимуществом данного метода является его простота и эффективность оценки параметров линейных моделей. В то же время, среди недостатков выделяют чувствительность оценки к резким колебаниям, которые присутствуют в исходных данных, а также громоздкость вычислений.

Итак, для совершенствования метода наименьших квадратов было предложено проводить аппроксимацию не по всем отсчетам сигнала сразу, а разбивать его на части, каждую из этих частей отдельно аппроксимировать, а затем собирать в единый сигнал. Подобные исследования были проведены в работе [16].

Из основных недостатков, которые были выявлены при таком подходе можно назвать следующие:

1) Скачки в местах соединения соседних отрезков.

2) В работе [16] рассмотрена аппроксимация полиномами до 80-го порядка, что значительно усложняет алгоритм и увеличивает время моделирования.

Данные проблемы проиллюстрировано на рис. 3.

Чтобы уменьшить влияние этих скачков на стыках соседних сегментов, предложено проводить так называемое сглаживание (рис. 4), то есть проводить дополнительную кусочную аппроксимацию в области соединения двух соседних сегментов. Количество точек (отсчетов), взятых для кусочной аппроксимации, составляет пятую часть от длины каждого отрезка, который принимает участие в процессе сглаживания.

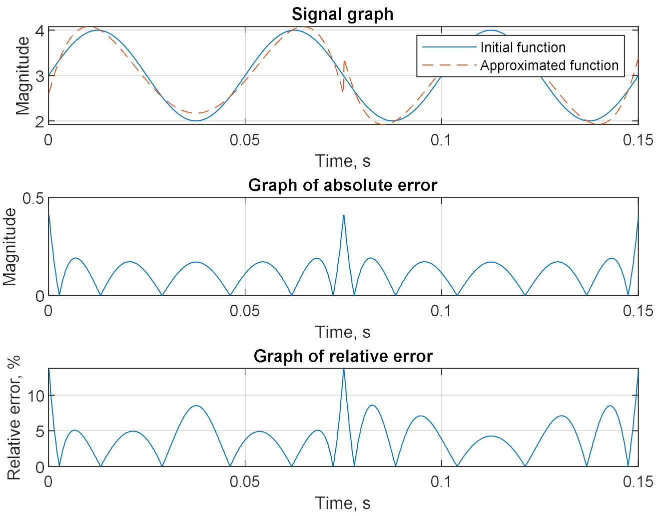

Рис. 3. Результаты аппроксимации функции при N = 512, f = 20Гц, без сглаживания

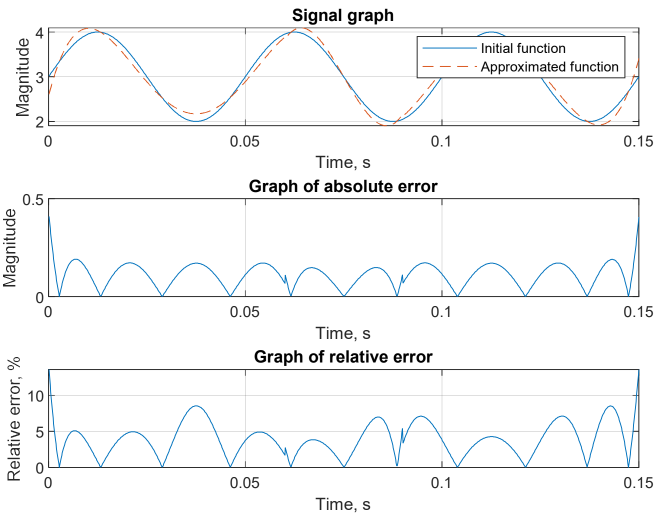

Рис. 4. Результаты аппроксимации функции при N = 512, f = 20Гц, со сглаживанием

Как видно из рис. 4, погрешность в месте, где был стык двух соседних сегментов значительно снизилась, но на уровень общей погрешности это не повлияло. Разобьем входной сигнал на большее количество отрезков, то есть не на 2, как было в предыдущем случае, а, например, на 8. На рис. 5 показано случай разделения входного сигнала на 8 частей, но без сглаживания.

В общем, погрешность аппроксимации можно снизить, если увеличить количество сегментов, на которые будет разделен сигнал. Например, для двух сегментов относительная погрешность достигала 14%, а для восьми – находится в пределах 0,006%. Однако, как видно из рис. 5 на графиках присутствуют экстремумы в местах соединения сегментов. Эти экстремумы не сильно меняют порядок погрешности, но увеличивают значение средней относительной погрешности аппроксимации. Для случая идеальных сигналов изменения незначительны, но в случае аппроксимации сигналов, в которых содержится шум, эти изменения могут иметь значительно большее влияние на значение погрешности.

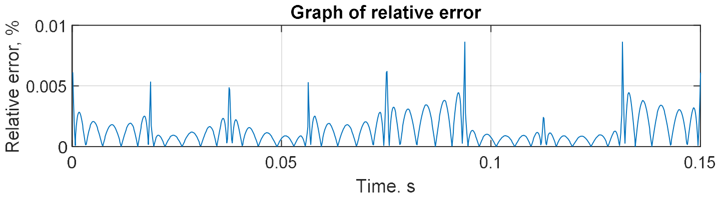

Рис. 5. Результаты аппроксимации функции при N = 512, f = 20Гц, без сглаживания, 8 сегментов

На рис. 6 представлен тот самый случай, но с использованием алгоритма сглаживания. Таким образом, за счет сглаживания (рис. 6) удалось избавиться от экстремумов, что позволило уменьшить относительную погрешность.

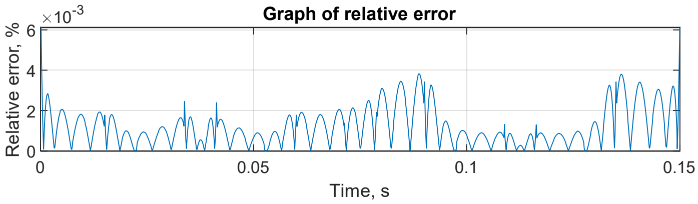

Рис. 6. Результаты аппроксимации функции при N = 512, f = 20Гц, со сглаживанием, 8 сегментов

Для упрощения расчетного алгоритма и уменьшения времени расчета было принято решение уменьшить порядок полинома, который используется при аппроксимации с восьмидесятого до пятого. Это позволило упростить и ускорить расчет. Как и в работе [16] показателем достоверности аппроксимации избран коэффициент детерминации. Точность использования полиномов выше пятого порядка не дает значительного снижения погрешности аппроксимации (рис.7, рис.8).

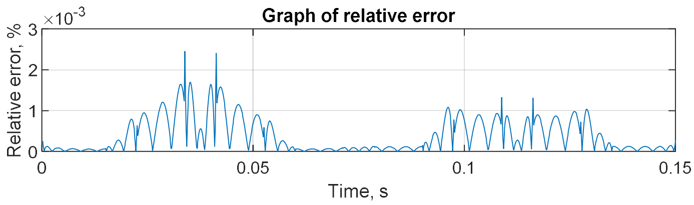

Рис. 7. Результаты аппроксимации функции при N = 512, f = 20Гц, 80 порядок аппроксимирующего полинома

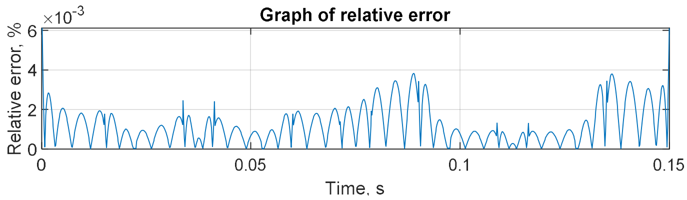

Рис. 8. Результаты аппроксимации функции при N = 512, f = 20Гц, 5 порядок аппроксимирующего полинома

Как видно из рис. 7 и рис.8 увеличение порядка полинома с пятого до восьмидесятого практически не влияет на погрешность, то есть порядок погрешности не меняется. Однако уменьшение максимального порядка полинома ниже 5-го приводит к росту погрешности на несколько порядков.

При обработке данных существует очень много быстрых алгоритмов обработки, которые работают только в том случае, когда длина сигнала является равной 2^i, где i – натуральное число. Большинство этих алгоритмов сокращает сигнал к длине 2^i за счет отбрасывания последних отсчетов. Однако эти выброшенные отсчеты могут содержать важную информацию, особенно в системах многоклассовой диагностики [3], где оценивается и прогнозируется техническое состояние объектов. Задача прогнозирования технического состояния объектов в эксплуатации решается тем точнее, чем больше есть информации о состоянии объекта. Именно поэтому необходимо усовершенствовать алгоритм аппроксимации таким образом, чтобы отсчеты не было потеряно при использовании быстрых алгоритмов обработки данных.

Поскольку длина исходного сигнала в общем случае может быть произвольной, было предложено перед аппроксимацией предварительно проводить интерполяцию исходного сигнала к длине 2^i. В данном алгоритме это осуществляется с помощью интерполяционных полиномов Лагранжа.

Основной проблемой использования интерполяции полиномами Лагранжа, как было показано ранее, является правильный выбор количества узлов интерполяции. При неправильном выборе количества узлов интерполяции в методе интерполяционных полиномов Лагранжа возникают значительные методические погрешности, искажающие результат. Как было показано, одним из лучших вариантов для интерполяции полиномами Лагранжа является выбор от 15 до 40 узлов интерполяции. Именно поэтому было принято решение разбивать сигнал на отдельные сегменты для интерполяции. Каждый из этих сегментов интерполируется до определенной длины, а затем все отрезки объединяются в один сигнал.

Таким образом, в основу усовершенствованного алгоритма была заложена поиск делителя длины исходного сигнала, который находится в пределах от 15 до 40 отсчетов и разделяет начальную длину на целое число отдельных отрезков для интерполяции. Каждый из этих отрезков отдельно интерполируется до необходимой длины, и все эти отрезки объединяются в единый сигнал. В данном случае погрешность при объединении отрезков отсутствует, так как интерполяция не изменяет форму сигнала, а проходит через все базовые отсчеты.

Итак, длина исходного сигнала разбивается на отрезки от 15 до 40 отсчетов по алгоритму программы. Это означает, что для определения количества промежутков интерполяции, по алгоритму проходит деление первоначальной длины сигнала по очереди в диапазоне от 15 до 40, до того момента пока не определится целое число отрезков интерполяции. Если при делении от 15 до 40 целое число отрезков не будет найдено, то вводится алгоритм корректировки длины исходного сигнала, который был разработан дополнительно.

Таким образом, удалось разработать универсальный алгоритм интерполяции, который корректно работает для всех длин исходного сигнала. По приведенным алгоритмам разработано соответствующее программное обеспечение в математическом пакете MatLab. В будущем планируется исследовать эффективность усовершенствованного метода аппроксимации на сигналах, которые содержат более чем одну частоту и шумовые составляющие.

4. Заключение

Проведено исследование эффективности интерполяционных алгоритмов при использовании идеальных (смоделированных) периодических сигналов с частотами 2Гц, 20Гц, 200Гц. Показано, что при использовании слишком большого количества узлов интерполяции проявляются методические погрешности выбранного метода, что приводит к значительному росту погрешности интерполяции. Показано, что лучшим из рассмотренных вариантов является использование от 15 до 40 узлов интерполяции. Доказано, что точность интерполяции рассмотренных непериодических процессов методом Лагранжа не зависит от частоты сигнала, частоты дискретизации, а также длины сигнала.

Разработано алгоритмическое и программное обеспечение аппроксимации периодических процессов методом наименьших квадратов в математическом пакете MatLab. Усовершенствован стандартный алгоритм аппроксимации методом наименьших квадратов путем использования кусочной аппроксимации полиномами до седьмого порядка. Показано, что погрешности аппроксимации снизились до 10^{-3}%. Усовершенствован алгоритм кусочной аппроксимации путем введения сглаживания в местах соединения соседних отрезков. Показано, что сглаживание позволило убрать экстремумы погрешностей в местах соединения соседних отрезков.

Разработано алгоритмическое и программное обеспечение аппроксимации данных за счет предварительного использования методов интерполяции для изменения длины исходного сигнала до значения 2^i и (i – натуральное число) для возможности использования быстрых алгоритмов обработки данных в системах многоклассовой диагностики, а также возможного повышения точности прогнозирования технического состояния объектов такими системами.

Литература

1. В.С. Медведев, В.Г. Потёмкин, Нейронные сети. MATLAB 6, М.: Диалог-МИФИ, 2002.
2. С. Хайкин Нейронные сети. Полный курс, Москва, 2006.
3. N. Bouraou, D. Pivtorak, S. Rupich, “Multiclass recognition of objects technical condition by classifier based on probabilistic neural network”, Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, Vol 5, No 4 (89), pp. 24-31, 2017. DOI: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.109968
4. N. Bouraou, S. Tsybulnik, D. Shevchuk, “Investigation of the model of the vibration measuring channel of the complex monitoring system of steel tanks”, Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, Vol 5, No 9 (77), pp. 45-52, 2015. DOI: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2015.50980
5. В.О. Адаменко, «Штучні нейронні мережі як апроксимаційний апарат в задачах проектування радіотехнічних пристроїв», Вісник Національного технічного університету України "КПІ" 41. Серія – Радіотехніка. Радіоапаратобудування, №51, С. 41-49, 2012.
6. В.Д. Корлёв, Вычислительная математика: Методические указания к лабораторным работам 1,2, Рязань: Рязан. гос. радиотехн. акад., 2008.
7. О.Н. Некрасов, Э.Г. Мирмович, «Интерполирование и аппроксимация данных полиномами степенного, экспоненциального и тригонометрического вида», Научные и образовательные проблемы гражданской защиты, №4, С. 23, 2010.
8. N. Bouraou, O. Pavlovskyi, O. Pazdrii, “Improvement of the vibration diagnostics of rotation shaft damage based on fractal analysis”, Vibrations in Physical Systems, Vol. 27, pp. 61-66, 2016.
9. В.П. Попов, Основы теории цепей, М.: Высшая школа, 1998.
10. М.Т. Иванов, А.Б. Сергиенко, В.Н. Ушаков, Теоретические основы радиотехники, М.: Высшая школа, 2002.

11. В.И. Нефедов, А.С. Сигов, В.К. Битюков, В.И. Хахин, Метрология и радиоизмерения, Москва, Высшая школа, 2006.
12. Дж. Бендат, Прикладной анализ случайных данных, М.: Мир, 1989.
13. Введение в методы интерполяции [Електронний ресурс]. – Доступ: https://desktop.arcgis.com/ru/arcmap/10.4/extensions/geostatistical-analyst/an-introduction-to-interpolation-methods.htm. Дата звернення: Груд. 10, 2018р.
14. О.Н. Романюк, Комп'ютерна графіка. Навчальний посібник, Вінниця: Вініцький національний технічний університет, 2015.
15. О.Ф. Москалець, В.М. Шутко, «Метод найменших квадратів для сплайнів непарних степенів», Bulletin of Engineering Academy Of Ukraine, №2, С. 224, 2010.
16. С.О. Цибульник, К.О. Лисікова Апроксимація функцій методом найменших квадратів, Вісник Інженерної академії України, №1, С. 106-110, 2017.